Mathematik am Peutinger-Gymnasium

Zahl 16 **Grundwissen**

Potenzbegriff und n-te Wurzel (Jgst. 9)

n – te Wurzel: $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \quad (n \in \mathbb{N}, n > 1, a \in \mathbb{R}_0^+)$ Bsp.: $16^{0,\overline{3}} = 16^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{16}$

Rechenregeln: Es gelten für Potenzen mit rationalen Exponenten dieselben Rechenregeln, die schon von Potenzen mit ganzzahligen Exponenten (Klasse 8) bekannt sind. **(⟶GW Zahl 15)**

Lösungen von Potenzgleichungen $\boldsymbol{x^n = c} \qquad (n \in \mathbb{N}, n > 1, c \in \mathbb{R}^+)$

für	**n gerade**	**n ungerade**
c > 0	zwei Lösungen: $\sqrt[n]{c}$; $-\sqrt[n]{c}$	eine Lösung: $\sqrt[n]{c}$
c = 0	eine Lösung: 0	eine Lösung: 0
c < 0	keine Lösung	eine Lösung: $-\sqrt[n]{\lvert c \rvert}$

Beispiele:
$x^4 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt[4]{3}$
$x^7 = -2 \Rightarrow x = -\sqrt[7]{2}$

Aufgaben

1) Schreiben Sie als Wurzel und berechnen Sie im Kopf.

i) $9^{0,5}$ ii) $64^{\frac{1}{3}}$ iii) $5^{\frac{6}{3}}$ iv) $0,00001^{\frac{1}{5}}$

2) Vereinfachen Sie, wenn möglich, und schreiben Sie in Wurzelschreibweise.

i) $25^{-\frac{1}{6}} : 25^{\frac{1}{3}}$ ii) $3^{-\frac{1}{4}} \cdot 243^{-\frac{1}{4}}$ iii) $\sqrt[4]{c^5} \cdot \sqrt[5]{c^{-4}} : (c^{0,9})^{0.5}$ iv) $\sqrt[6]{d \cdot \sqrt[5]{\frac{1}{d^2}}}$

3) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Gleichung.

i) $(a-4)^3 = 64$ ii) $2(b-1)^4 = 162$ iii) $\sqrt[5]{4c+20} = 4$ iv) $d^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{125}$

Lösungen:

1) Schreiben Sie als Wurzel und berechnen Sie im Kopf.

i) $9^{0,5} = \sqrt{9} = 3$ ii) $64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$ iii) $5^{\frac{6}{3}} = \sqrt[3]{5^6} = 5^2 = 25$ iv) $0,00001^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{10^{-5}} = 0,1$

2) Vereinfachen Sie, wenn möglich, und schreiben Sie in Wurzelschreibweise.

i) $25^{-\frac{1}{6}} : 25^{\frac{1}{3}} = 25^{-\frac{1}{6}-\frac{1}{3}} = 25^{-\frac{3}{6}} = 25^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{5}$ ii) $3^{-\frac{1}{4}} \cdot 243^{-\frac{1}{4}} = 3^{-\frac{1}{4}} \cdot (3^5)^{-\frac{1}{4}} = 3^{-\frac{1}{4}} \cdot 3^{-\frac{5}{4}} = 3^{-\frac{1}{4}+\left(-\frac{5}{4}\right)} =$
$3^{-\frac{6}{4}} = \frac{1}{\sqrt{27}}$ iii) $\sqrt[4]{c^5} \cdot \sqrt[5]{c^{-4}} : c^{0,45} = c^{\frac{5}{4}} \cdot c^{-\frac{4}{5}} : c^{\frac{9}{20}} = c^{\frac{5}{4}-\frac{4}{5}-\frac{9}{20}} = c^0 = 1$

iv) $\sqrt[6]{d \cdot \sqrt[5]{\frac{1}{d^2}}} = \sqrt[6]{d \cdot d^{-\frac{2}{5}}} = \sqrt[6]{d^{1-\frac{2}{5}}} = \sqrt[6]{d^{\frac{3}{5}}} = (d^{\frac{3}{5}})^{\frac{1}{6}} = d^{\frac{1}{10}} = \sqrt[10]{d}$

3) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Gleichung.

i) $L = \{8\}$

ii) $2(b-1)^4 = 162$
$(b-1)^4 = 81$
$b-1 = \pm 3$
$b_1 = 4 \text{ und } b_2 = -2$
$L = \{-2; 4\}$

iii) $\sqrt[5]{4c+20} = 4$
$4c + 20 = 1024$
$4c = 1004$
$c = 251$
$L = \{251\}$

iv) $d^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{125}$
$d = \left(\frac{1}{125}\right)^{-\frac{2}{3}}$
$d = 125^{\frac{2}{3}}$
$d = 25$
$L = \{25\}$